

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

SESSION 2026 Principal

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 2 Heures

Coefficient : 1

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde,
- 2 pages d'avertissement (recto-verso),
- 16 pages de texte (recto-verso).

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé informatiquement.

1. Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un stylo à bille ou feutre à encre foncée : bleue ou noire. Vous devez **cocher** lisiblement la case en vue de la lecture informatisée de votre QCM.
2. Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté informatiquement et de ne pas être corrigé.
3. Si vous voulez **modifier** votre réponse, **n'utilisez pas de correcteur** mais indiquez la nouvelle réponse sur la 2^{ème} ligne.
4. Si vous voulez **annuler** votre réponse, vous devez cocher la case « Ann ». Dans ce cas-là, aucune réponse ne sera prise en compte.
5. Cette épreuve comporte 36 questions, certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions liées est donnée au début du texte du sujet.

Chaque candidat devra choisir au plus 24 questions parmi les 36 proposées.

Il est inutile de répondre à plus de 24 questions : le logiciel de correction lira les réponses en séquence en partant de la ligne 1, et s'arrêtera de lire lorsqu'il aura détecté des réponses à 24 questions, quelle que soit la valeur de ces réponses.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6. A chaque question numérotée entre 1 et 36, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 37 à 80 sont neutralisées).

Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 36, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.
- soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse,
vous devez cocher l'une des cases A, B, C, D.
- soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes,
vous devez cocher deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
- soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne,
vous devez alors cocher la case E.

En cas de réponse fausse, aucune pénalité ne sera appliquée.

Sujet principal 2026

QUESTIONS LIÉES

1–2

5 à 8

12 à 15

17–18

23–24

29–30

34–35

PARTIE I

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $u_n = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k!}$ et $D_n = n! u_n$.

Question 1

- A) Pour tout $n \geq 1$, $D_{n+1} = (n+1)D_n + (-1)^{n+1}$
- B) Pour tout $n \geq 1$, $D_{n+1} = (n+1)D_n + 1$
- C) (u_n) converge vers e
- D) (u_n) converge vers $\frac{1}{e}$

Question 2

- A) $\frac{D_n}{n!} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} e$
- B) Pour tout $n \geq 2$, $D_n = (n-1)(D_{n-1} + D_{n-2})$
- C) Pour tout $n \geq 1$, $D_n = nD_{n-1} + 1$
- D) Pour tout $n \geq 1$, $D_n = nD_{n-1} + (-1)^n$

Question 3

Pour $n \in \mathbb{N}^*$ on pose $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+2)}$. On a :

- A) $S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right)$
- B) $S_n = 1 - \frac{1}{n+1}$
- C) $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{1}{2}$
- D) $S_n = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right)$

Question 4

Soit $(w_n)_{n \geq 0}$ définie par $w_0 = 0$, $w_1 = 1$ et $\forall n \geq 0$, $w_{n+2} = w_{n+1} + w_n$ (suite de Fibonacci).

- A) Pour tout $n \geq 1$, $w_{n-1}w_{n+1} - w_n^2 = (-1)^n$
- B) Pour tout $n \geq 1$, $w_{n-1}w_{n+1} - w_n^2 = (-1)^{n+1}$
- C) $\frac{w_{n+1}}{w_n} \rightarrow \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ quand $n \rightarrow +\infty$
- D) $\frac{w_{n+1}}{w_n} \rightarrow \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ quand $n \rightarrow +\infty$

PARTIE II

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $\omega_n = e^{i2\pi/n}$. On rappelle que les racines n -ièmes de l'unité sont $1, \omega_n, \omega_n^2, \dots, \omega_n^{n-1}$.

Question 5

Soit $n \geq 2$. On a $\prod_{k=1}^{n-1} (X - \omega_n^k) =$

- A) $X^{n-1} + X^{n-2} + \dots + X + 1$
- B) $X^n - 1$
- C) $\frac{X^n + 1}{X + 1}$
- D) $(X - 1)^{n-1}$

Question 6

Pour $n \geq 2$, on a $\prod_{k=1}^{n-1} \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right) =$

- A) $\frac{n}{2^{n-1}}$
- B) $\frac{1}{2^{n-1}}$
- C) $\frac{n}{2^n}$
- D) $\frac{2}{n}$

Question 7

Soit $n \geq 2$. La somme $\sum_{k=0}^{n-1} \omega_n^{2k}$ vaut :

- A) n si n est impair, 0 si n est pair
- B) 0 pour tout $n \geq 2$
- C) 1 pour tout $n \geq 2$
- D) 0 si n est impair, n si n est pair

Question 8

Pour $n \geq 2$ et $p \in \mathbb{Z}$, on a $\sum_{k=0}^{n-1} \omega_n^{pk} =$

- A) n pour tout $p \in \mathbb{Z}$
- B) 0 si n divise p , et n sinon
- C) n si n divise p , et 0 sinon
- D) $\frac{1 - \omega_n^p}{1 - \omega_n}$ pour tout p

Question 9

Soit $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$. Le module et un argument de z sont :

- A) $|z| = \sqrt{2}$ et $\arg(z) = \frac{7\pi}{12}$
- B) $|z| = 1$ et $\arg(z) = \frac{7\pi}{12}$
- C) $|z| = \sqrt{2}$ et $\arg(z) = \frac{5\pi}{12}$
- D) $|z| = 2$ et $\arg(z) = \frac{\pi}{12}$

Question 10

Soit l'équation $z^2 - (1+i)z + i = 0$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.

- A) Les solutions sont $z = 1$ et $z = i$
- B) Les solutions sont $z = i$ et $z = -i$
- C) L'équation n'admet pas de solution réelle
- D) Le discriminant vaut $-2i$

Question 11

On pose $S = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos(k\theta)$ pour $\theta \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

- A) $S = \operatorname{Re}((1 + e^{i\theta})^n)$
- B) $S = 2^n \cos^n\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{n\theta}{2}\right)$
- C) $S = 2^n \cos^n(\theta)$
- D) $S = \cos(n\theta)$

PARTIE III

Soit f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^x = e^{x \ln x}$.

Question 12

- A) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$
- B) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$
- C) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = e$
- D) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

Question 13

f admet un minimum sur $]0; +\infty[$, atteint en x_0 . La valeur du minimum est :

- A) $e^{-1/e}$
- B) $\frac{1}{e}$
- C) e^{-1}
- D) $\left(\frac{1}{e}\right)^e$

Question 14

On pose $I = \int_0^1 x \ln(x) \, dx$.

- A) $I = -\frac{1}{4}$
- B) $I = -\frac{1}{2}$
- C) $I = \frac{1}{4}$
- D) I diverge

Question 15

On pose $J = \int_0^1 (\ln x)^2 \, dx$.

- A) $J = 2$
- B) $J = 1$
- C) J diverge
- D) $J = -2$

Question 16

Soit $g(x) = \frac{1}{1-x} \ln\left(\frac{1}{1-x}\right)$ pour $x \in]-1; 1[$. Le DL de g en 0 à l'ordre 3 est :

A) $g(x) = x + \frac{3x^2}{2} + \frac{11x^3}{6} + o(x^3)$

B) $g(x) = x + x^2 + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$

C) $g(x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$

D) $g(x) = x + \frac{3x^2}{2} + \frac{13x^3}{6} + o(x^3)$

PARTIE IV

Question 17

Soit l'équation différentielle $(E) : y'' + 4y = \cos(2x)$ sur $\mathbb{R}$. L'ensemble des solutions de l'équation homogène est :

- A) $\{x \mapsto A \cos(2x) + B \sin(2x) \mid (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$
- B) $\{x \mapsto A e^{2x} + B e^{-2x} \mid (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$
- C) $\{x \mapsto A \cos(4x) + B \sin(4x) \mid (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$
- D) $\{x \mapsto (A + Bx)e^{-2x} \mid (A, B) \in \mathbb{R}^2\}$

Question 18

Une solution particulière de $(E) : y'' + 4y = \cos(2x)$ est :

- A) $x \mapsto \frac{x}{4} \sin(2x)$
- B) $x \mapsto \frac{x}{4} \cos(2x)$
- C) $x \mapsto \frac{1}{4} \sin(2x)$
- D) $x \mapsto \frac{x}{2} \sin(2x)$

Question 19

Soit $P = X^5 - X$. Le nombre de racines distinctes de P dans $\mathbb{C}$ est :

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5

Question 20

Soit $P = X^4 + 4$. La factorisation de P dans $\mathbb{R}[X]$ est :

- A) P est irréductible dans $\mathbb{R}[X]$
- B) $P = (X^2 + 2X + 2)(X^2 - 2X + 2)$
- C) $P = (X^2 + 2)^2$
- D) $P = (X^2 + 2)(X^2 - 2)$

PARTIE V

On note $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices carrées d'ordre n à coefficients réels, I_n la matrice identité. Pour $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, $\det(M)$ désigne le déterminant de M et $\text{rg}(M)$ son rang. $\mathcal{L}(E)$ désigne l'ensemble des endomorphismes d'un espace vectoriel E de dimension finie.

Question 21

Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

- A) A est diagonalisable
- B) $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & n 2^{n-1} \\ 0 & 2^n \end{pmatrix}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$
- C) A admet deux valeurs propres distinctes
- D) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Question 22

Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que $f^3 = f$ et $f \neq 0$.

- A) f est nécessairement un projecteur
- B) Les seules valeurs propres possibles de f sont 0, 1 et -1
- C) $\text{Ker}(f) \cap \text{Im}(f) = \{0\}$
- D) f est nécessairement inversible

Question 23

Soit $M_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & t \\ 1 & t & 1 \\ t & 1 & 1 \end{pmatrix}$ pour $t \in \mathbb{R}$. On a $\det(M_t) =$

- A) $(t+2)(t-1)^2$
- B) $-(t+2)(t-1)^2$
- C) $(t-2)(t+1)^2$
- D) $(1-t)(1+2t)$

Question 24

Avec M_t de la question précédente, on a :

- A) $\text{rg}(M_1) = 1$ et $\text{rg}(M_{-2}) = 2$
- B) $\text{rg}(M_1) = 2$ et $\text{rg}(M_{-2}) = 1$
- C) $\text{rg}(M_1) = 1$ et $\text{rg}(M_{-2}) = 1$
- D) $\text{rg}(M_1) = 2$ et $\text{rg}(M_{-2}) = 2$

Question 25

Soit $N \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ telle que $N \neq 0$, $N^2 \neq 0$ et $N^3 = 0$. On pose $A = I_3 + N + \frac{N^2}{2}$.

- A) A est inversible
- B) $\det(A) = 1$
- C) $A^{-1} = I_3 - N + \frac{N^2}{2}$
- D) A n'est pas inversible car N est nilpotente

Question 26

Soit E un espace vectoriel de dimension n et $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que $f^2 - 5f + 6\text{Id}_E = 0$.

- A) Les seules valeurs propres possibles de f sont 2 et 3
- B) f est nécessairement inversible
- C) $\text{Ker}(f - 2\text{Id}_E) \oplus \text{Ker}(f - 3\text{Id}_E) = E$
- D) $f = 2\text{Id}_E$ ou $f = 3\text{Id}_E$

PARTIE VI

L'espace $\mathbb{R}^3$ est muni de son produit scalaire canonique noté $(\cdot|\cdot)$ et de la norme $\|\cdot\|$.
La base canonique (e_1, e_2, e_3) est orthonormée.

Question 27

La distance du point $u = (1, 2, 3)$ au plan $H : x + y + z = 0$ vaut :

- A) $\frac{6}{\sqrt{3}}$
- B) $2\sqrt{3}$
- C) $\sqrt{6}$
- D) 6

Question 28

La projection orthogonale de $u = (1, 2, 3)$ sur $H : x + y + z = 0$ est :

- A) $(-1, 0, 1)$
- B) $(0, 1, 2)$
- C) $(-1, 0, 2)$
- D) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right)$

Question 29

Soit r la rotation vectorielle de $\mathbb{R}^3$ d'axe $\text{Vect}(e_1 + e_2 + e_3)$ et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

- A) $r(e_1) = e_2$
- B) $r(e_1) = e_3$
- C) $r(e_1) = -e_2$
- D) $r(e_1) = \frac{1}{3}(e_1 + e_2 + e_3)$

Question 30

Avec la rotation r de la question précédente :

- A) $r^3 = \text{Id}$ et $r^2(e_1) = e_3$
- B) $r^3 = \text{Id}$ et $r^2(e_1) = e_2$
- C) $r^2 = \text{Id}$
- D) $\det(r) = -1$

Question 31

Soit s la symétrie orthogonale par rapport à la droite $D = \text{Vect}((1, 1, 0))$. Alors $s((1, 0, 0))$ vaut :

- A) $(0, 1, 0)$
- B) $(1, 0, 0)$
- C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$
- D) $(0, -1, 0)$

PARTIE VII

Question 32

Pour toute suite $(u_n)_{n \geq 0}$ à termes dans $]0; 1[$:

- A) Les séries $\sum u_n$ et $\sum \ln(1 + u_n)$ sont de même nature
- B) Si $\sum u_n$ converge alors $\prod_{k=0}^n (1 + u_k)$ converge vers une limite > 0
- C) Les séries $\sum u_n$ et $\sum \ln(1 - u_n)$ sont de même nature
- D) Si $\sum u_n$ diverge alors $\prod_{k=0}^n (1 - u_k) \rightarrow 0$

Question 33

La série $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$:

- A) converge absolument
- B) converge et sa somme vaut $\ln(2)$
- C) converge et sa somme vaut $1 - \ln(2)$
- D) diverge

PARTIE VIII

Question 34

On tire 5 cartes simultanément dans un jeu de 32 cartes. La probabilité d'avoir exactement 2 as est :

A) $\frac{\binom{4}{2} \binom{28}{3}}{\binom{32}{5}}$

B) $\frac{\binom{4}{2} \binom{32}{3}}{\binom{32}{5}}$

C) $\binom{5}{2} \left(\frac{4}{32}\right)^2 \left(\frac{28}{32}\right)^3$

D) $\frac{\binom{4}{2} \binom{28}{3}}{32^5}$

Question 35

On note X le nombre d'as parmi les 5 cartes. Alors :

A) X suit une loi binomiale $\mathcal{B}\left(5, \frac{4}{32}\right)$

B) $E(X) = \frac{5}{8}$

C) $E(X) = \frac{5}{4}$

D) X suit une loi binomiale $\mathcal{B}\left(4, \frac{5}{32}\right)$

Question 36

Un candidat répond au hasard à un QCM de 20 questions, chaque question ayant 4 choix dont un seul est correct. Soit Y le nombre de bonnes réponses.

A) $P(Y \geq 10) > \frac{1}{2}$

B) $E(Y) = 5$

C) La note la plus probable du candidat est $E(Y)$

D) $P(Y = 5) = \binom{20}{5} \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^{15}$